

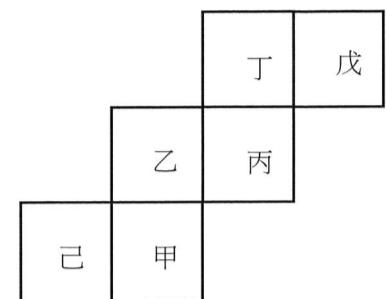
一〇九學年度新營高中數理科學實驗班甄選初試 數學科試題

第一部分填充題，共 10 題，每題 3 分

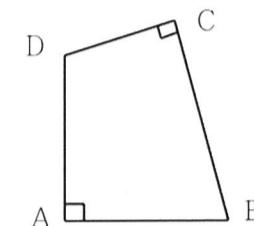
1. 已知 $x=2$ 、 $y=3$ ，則 $x^4+y^4-x^3-y^3+x^2+y^2$ 的值為_____

2. 已知對於任意的 $x \neq \pm \frac{1}{2}$ ，都有 $\frac{a}{x+\frac{1}{2}} + \frac{b}{x-\frac{1}{2}} = \frac{24x+4}{4x^2-1}$ ，則 $a+b=$ _____

3. 右圖為一個正立方體的展開圖，若將其摺疊成正立方體，與甲面相對的那個面上的中文字為_____



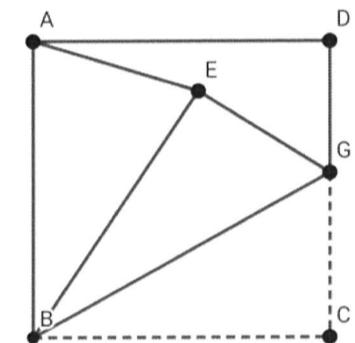
4. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，若 $\overline{BA} \perp \overline{DA}$ ， $\overline{BC} \perp \overline{DC}$ ，且 $\overline{AD} = \overline{AB} = 5\sqrt{2}$ ， $\overline{CD} = 6$ ，則四邊形 $ABCD$ 的面積為_____



5. 已知 $x^2 - 4x + 4 + \sqrt{xy - 2020} = 0$ ，則 y 的值是_____

6. 在我的舞蹈課裡，有 14 位學生比小夫高、有 12 位比宜靜矮。有四位學生都比宜靜矮也都比小夫高，則我的舞蹈課裡共有_____位學生

7. 在正方形 $ABCD$ 中，點 G 為邊 CD 上的點，將三角形 CDG 沿 \overline{BG} 翻摺後變為三角形 BEG ，已知 $\angle CBG = 32^\circ$ ，如右圖所示，則 $\angle DAE$ 為_____度



8. 等差數列 a 、 b 、 c ，其公差為 3。若 $2a+7$ 、 $2b+17$ 、 $2c+27$ 也為等差數列，則公差為_____

9. 函數 $y = \frac{60}{x^2 - 6x + k}$ 有最大值 10，則 $k=$ _____

10. 若 a 為最接近 $\sqrt{2020}$ 的正整數， b 為 $\sqrt{15}$ 的整數部份，則 $a^2 - b^2 + 4 =$ _____

第二部分填充題，共 14 題，每題 5 分

11. 考慮一個震盪數列 $1, 4, 7, 4, 1, 4, 7, 4, 1, 4, \dots$ ，它每四項循環，最前 3 項的累計總和是 12，最前 7 項的累計總和是 28。請問下列哪一項選項內的值可能是這個數列的累計總和？

- (A) 61 (B) 62 (C) 67 (D) 66 (E) 65

12. 設 A 、 B 均為兩位數，若在 A 的數字最左邊添上一個 5，得到一個三位數 C ，在 B 的數字最右邊添上一個 9，得到一個三位數 D ，已知 $C - B = 544$ ， $D - A = 217$ ，則 $A + B$ 之值為_____

13. 將一個正整數的個位數碼以相反的順序排列後，若所得的數與原來的數相同，稱這個數為回文數(例如 505 與 1221 都是回文數)，則能被 9 整除的三位回文數有_____個

14. 在 $1 \sim 2020$ 這些正整數中有 _____ 個數可以寫成 $n^3 - 3n^2 + 2n$ (其中 n 為正整數) 的形式
15. 數列 $\{a_n\}$ 各項均為實數，且滿足 $(a_2 + 2a_1)^2 + (a_3 + 2a_2)^2 + (a_4 + 2a_3)^2 + \dots + (a_{10} + 2a_9)^2 = 0$ 及 $a_1 = 1$ ，則 $a_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$
16. 如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， P 為 \overline{CD} 中點，直線 \overline{AP} 與直線 \overline{BC} 相交於 E 點，若梯形 $ABCD$ 的面積為 88，且 $\overline{AD} = 9$ ， $\overline{BC} = 13$ ，則 $\triangle ADP$ 的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$
-
17. 從 $\frac{3}{4}$ 開始，每次操作是將分子加上 2，或是將分母加上 3，但不能同時加，也不能對所得分數進行約分，則至少操作 $\underline{\hspace{2cm}}$ 次才能再度得到一個與 $\frac{3}{4}$ 等值的分數
18. 若 n 是正整數且 $\frac{2+3+4+5+\dots+2n}{5+6+7+8+\dots+5n} = \frac{14}{85}$ ，則 $\frac{3+4+5+6+\dots+3n}{4+5+6+7+\dots+4n} = \underline{\hspace{2cm}}$
19. 如右圖，在矩形 $ABCD$ 中， M 是 \overline{AB} 上一點且 $2\overline{AM} = \overline{BM}$ ， \overline{AC} 與 \overline{DM} 交於 E ， $\overline{EM} = 2$ 且 $\overline{EC} = 9$ ，則矩形 $ABCD$ 面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$
-
20. 若 x 的方程式 $5x + 3m = 4x + 2$ 和 $3x + 4m = 5x + 1$ 有相同的解，則 $(m+1)^{2019} \times (2m - \frac{5}{3})^{2020}$ 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$
21. 新營高中共派出若干人參加大會舞的表演，依老師的設計，所有的人出場時的隊型是一個實心的方陣，後來變換隊型後，變成三層的中空方陣；若排成實心方陣時，最外層邊長的人數比排成中空方陣最外層邊長的人數少 12 人，則新營高中共派出 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人參加大會舞的表演 【註：所謂的「方陣」就是排成正方形的意思】
22. 如右圖，直角 $\triangle ABC$ 中 $\angle B = 90^\circ$ ，以 \overline{AC} 為邊長作出正方形 $ACDE$ ，已知 $\overline{BC} = 5cm$ 、 $\overline{AC} = 13cm$ ，則 $\triangle EAB$ 之面積為 $\underline{\hspace{2cm}} cm^2$
-
23. 有三兄弟在同一家商店打工，老大每工作 2 天就休息 2 天，老二每工作 3 天就休息 3 天，老三每工作 4 天就休息 4 天，三人從 9 月 1 日開始上班，如果三人都沒有請假，則從三人 9 月 1 日起到 12 月 31 日止，三人同時工作的天數有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 天
24. 如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，如果 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 14$ ， $\overline{CD} = 12$ ， $\overline{DA} = 8$ ，在 \overline{AB} 與 \overline{CD} 邊上各取一點 E 、 F ，使得 $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$ ，且四邊形 $AEDF$ 與 $BCFE$ 的周長相等，則 $\overline{AE} = \underline{\hspace{2cm}}$
-